考号______ 座号______ 考场号______ 姓名______

参照秘密级管理★启用前　　　　　　　　　　试卷类型 A

# 二〇二〇年全市初中学生学业水平考试

# 数　学　试　题

亲爱的同学，伴随着考试的开始，你又走到了一个新的人生驿站. 请你在答题之前，一定要仔细阅读以下说明：

1. 试题由选择题与非选择题两部分组成，共 6 页. 选择题 36 分，非选择题 84 分，共 120 分. 考试时间 120 分钟.
2. 将姓名、考场号、座号、考号填写在试题和答题卡指定的位置.
3. 试题答案全部写在答题卡上，完全按照答题卡中的“注意事项”答题.
4. 考试结束，答题卡和试题一并交回.
5. 不允许使用计算器.

愿你放松心情，认真审题，缜密思考，细心演算，交一份满意的答卷.

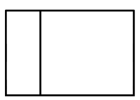
## 选择题(共 36 分)

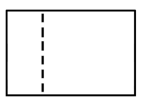
**一、选择题(本题共 12 个小题，每小题 3 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求)**

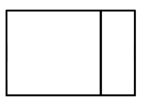
1. 在实数 $-1$，$-\sqrt{2}$，$0$，$\frac{1}{4}$ 中，最小的实数是

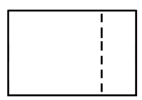
A. $-1$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $0$　　D. $-\sqrt{2}$

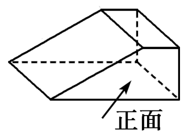
2. 如图所示的几何体的俯视图是


A


B


C


D

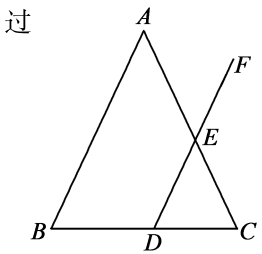


第 2 题图

3. 如图，在△$ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle C=65°$，点 $D$ 是 $BC$ 边上任意一点，过点 $D$ 作 $DF \parallel AB$ 交 $AC$ 于点 $E$，则 $\angle FEC$ 的度数是

A. 120°　　B. 130°

C. 145°　　D. 150°



第 3 题图



4. 下列计算正确的是

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$　　B. $a^6 \div a^{-2} = a^{-3}$

C. $(-2ab^2)^3 = -8a^3b^6$　　D. $(2a+b)^2 = 4a^2+b^2$

5. 为了增强学生预防新冠肺炎的安全意识，某校开展疫情防控知识竞赛. 来自不同年级的 30 名参赛同学的得分情况如下表所示，这些成绩的中位数和众数分别是

| 成绩/分 | 84 | 88 | 92 | 96 | 100 |
|---|---|---|---|---|---|
| 人数/人 | 2 | 4 | 9 | 10 | 5 |

A. 92 分，96 分　　B. 94 分，96 分

C. 96 分，96 分　　D. 96 分，100 分

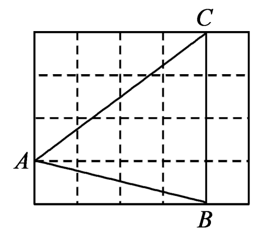
6. 计算 $\sqrt{45} \div 3\sqrt{3} \times \sqrt{\frac{3}{5}}$ 的结果正确的是

A. 1　　B. $\frac{5}{3}$　　C. 5　　D. 9

7. 如图，在 $4\times5$ 的正方形网格中，每个小正方形的边长都是 1，△$ABC$ 的顶点都在这些小正方形的顶点上，那么 $\sin\angle ACB$ 的值为

A. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{\sqrt{17}}{5}$

C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$



第 7 题图

8. 用配方法解一元二次方程 $2x^2-3x-1=0$，配方正确的是

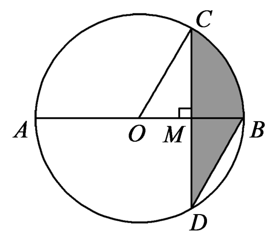
A. $(x-\frac{3}{4})^2=\frac{17}{16}$　　B. $(x-\frac{3}{4})^2=\frac{1}{2}$

C. $(x-\frac{3}{2})^2=\frac{13}{4}$　　D. $(x-\frac{3}{2})^2=\frac{11}{4}$

9. 如图，$AB$ 是⊙$O$ 的直径，弦 $CD\perp AB$，垂足为点 $M$. 连接 $OC$，$DB$. 如果 $OC\parallel DB$，$OC=2\sqrt{3}$，那么图中阴影部分的面积是

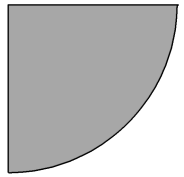
A. $\pi$　　B. $2\pi$

C. $3\pi$　　D. $4\pi$



第 9 题图

10. 如图,有一块半径为 1m,圆心角为 $90^\circ$ 的扇形铁皮,要把它做成一个圆锥形容器(接缝忽略不计),那么这个圆锥形容器的高为

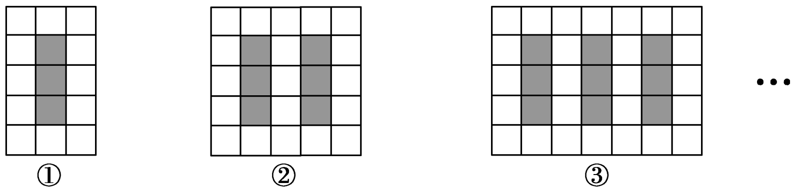


第 10 题图

A. $\frac{1}{4}$m　　B. $\frac{3}{4}$m

C. $\frac{\sqrt{15}}{4}$m　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$m

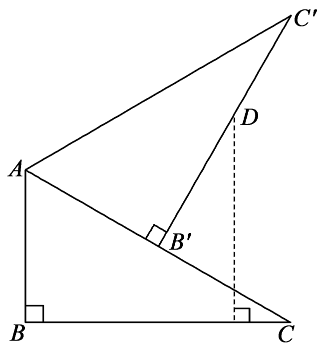
11. 人行道用同样大小的灰、白两种不同颜色的小正方形地砖铺设而成,如图中的每一个小正方形表示一块地砖. 如果按图①②③…的次序铺设地砖,把第 $n$ 个图形用图ⓝ表示,那么图㊿中的白色小正方形地砖的块数是




第 11 题图

A. 150　　B. 200　　C. 355　　D. 505

12. 如图,在 Rt△$ABC$ 中,$AB=2$,$\angle C=30^\circ$,将 Rt△$ABC$ 绕点 $A$ 旋转得到 Rt△$AB'C'$,使点 $B$ 的对应点 $B'$ 落在 $AC$ 上,在 $B'C'$ 上取点 $D$,使 $B'D=2$,那么点 $D$ 到 $BC$ 的距离等于




第 12 题图

A. $2(\frac{\sqrt{3}}{3}+1)$

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}+1$

C. $\sqrt{3}-1$

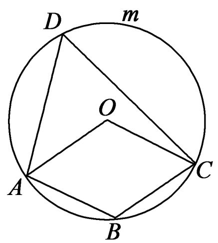
D. $\sqrt{3}+1$

## 非选择题(共 84 分)

**二、填空题(本题共 5 个小题,每小题 3 分,共 15 分. 只要求填写最后结果)**

13. 因式分解:$x(x-2)-x+2=$________.

14. 如图,在⊙$O$ 中,四边形 $OABC$ 为菱形,点 $D$ 在 $\overset{\frown}{AmC}$ 上,则$\angle ADC$ 的度数是________.



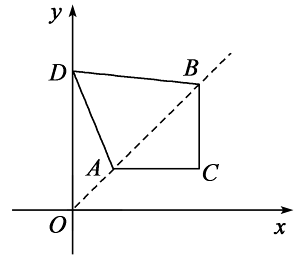

第 14 题图

15. 计算:$(1+\frac{a}{1-a})\div\frac{1}{a^2-a}=$________.



16. 某校开展读书日活动,小亮和小莹分别从校图书馆的“科技”、“文学”、“艺术”三类书籍中随机地抽取一本,抽到同一类书籍的概率是________.

17. 如图,在直角坐标系中,点 $A(1,1)$,$B(3,3)$是第一象限角平分线上的两点,点 $C$ 的纵坐标为 1,且 $CA=CB$,在 $y$ 轴上取一点 $D$,连接 $AC$,$BC$,$AD$,$BD$,使得四边形 $ACBD$ 的周长最小,这个最小周长的值为________.

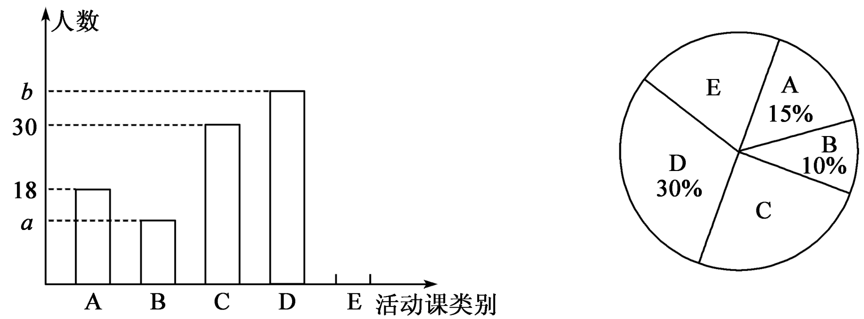



第 17 题图

**三、解答题(本题共 8 个小题,共 69 分. 解答题应写出文字说明、证明过程或推演步骤)**

18. (本题满分 7 分)解不等式组 $\begin{cases}\frac{1}{2}x+1<7-\frac{3}{2}x,\\ \frac{3x-2}{3}\geqslant\frac{x}{3}+\frac{x-4}{4},\end{cases}$ 并写出它的所有整数解.

19. (本题满分 8 分)为了提高学生的综合素养,某校开设了五门手工活动课. 按照类别分为:A“剪纸”、B“沙画”、C“葫芦雕刻”、D“泥塑”、E“插花”. 为了了解学生对每种活动课的喜爱情况,随机抽取了部分同学进行调查,将调查结果绘制成如下两幅不完整的统计图.




第 19 题图

根据以上信息,回答下列问题:

(1)本次调查的样本容量为________;统计图中的 $a=$________,$b=$________;

(2)通过计算补全条形统计图;

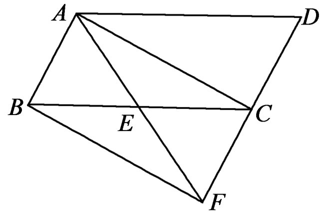
(3)该校共有 2500 名学生,请你估计全校喜爱“葫芦雕刻”的学生人数.

20.(本题满分 8 分)今年植树节期间,某景观园林公司购进一批成捆的 $A$,$B$ 两种树苗,每捆 $A$ 种树苗比每捆 $B$ 种树苗多 10 棵,每捆 $A$ 种树苗和每捆 $B$ 种树苗的价格分别是 630 元和 600 元,而每棵 $A$ 种树苗和每棵 $B$ 种树苗的价格分别是这一批树苗平均每棵价格的 0.9 倍和 1.2 倍.

(1)求这一批树苗平均每棵的价格是多少元?

(2)如果购进的这批树苗共 5500 棵,$A$ 种树苗至多购进 3500 棵,为了使购进的这批树苗的费用最低,应购进 $A$ 种树苗和 $B$ 种树苗各多少棵?并求出最低费用.

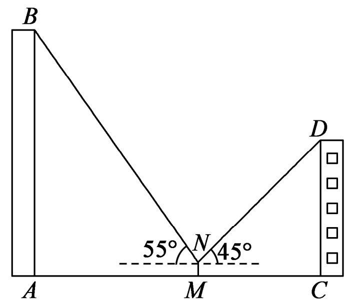
21.(本题满分 8 分)如图,在▱$ABCD$ 中,$E$ 为 $BC$ 的中点,连接 $AE$ 并延长交 $DC$ 的延长线于点 $F$,连接 $BF$,$AC$.若 $AD=AF$,求证:四边形 $ABFC$ 是矩形.



第 21 题图

22.(本题满分 8 分)如图,小莹在数学综合实践活动中,利用所学的数学知识对某小区居民楼 $AB$ 的高度进行测量.先测得居民楼 $AB$ 与 $CD$ 之间的距离 $AC$ 为 35m,后站在 $M$ 点处测得居民楼 $CD$ 的顶端 $D$ 的仰角为 45°,居民楼 $AB$ 的顶端 $B$ 的仰角为 55°,已知居民楼 $CD$ 的高度为 16.6m,小莹的观测点 $N$ 距地面 1.6m.求居民楼 $AB$ 的高度(精确到 1m).

(参考数据:sin55°≈0.82,cos55°≈0.57,tan55°≈1.43).

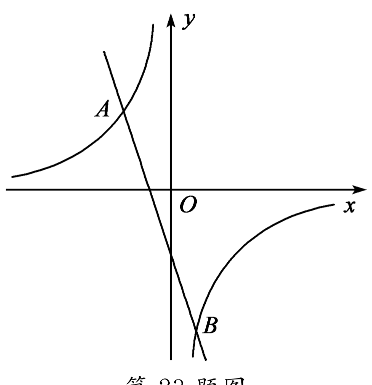


第 22 题图

23.(本题满分 8 分)如图,已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象与直线 $y=ax+b$ 相交于点 $A(-2,3)$,$B(1,m)$.

(1)求出直线 $y=ax+b$ 的表达式;

(2)在 $x$ 轴上有一点 $P$ 使得△$PAB$ 的面积为 18,求出点 $P$ 的坐标.



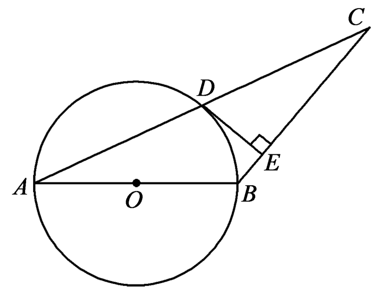
第 23 题图



24.(本题满分 10 分)如图,在△$ABC$ 中,$AB=BC$,以△$ABC$ 的边 $AB$ 为直径作⊙$O$,交 $AC$ 于点 $D$,过点 $D$ 作 $DE\perp BC$,垂足为点 $E$.

(1)试证明 $DE$ 是⊙$O$ 的切线;

(2)若⊙$O$ 的半径为 5,$AC=6\sqrt{10}$,求此时 $DE$ 的长.



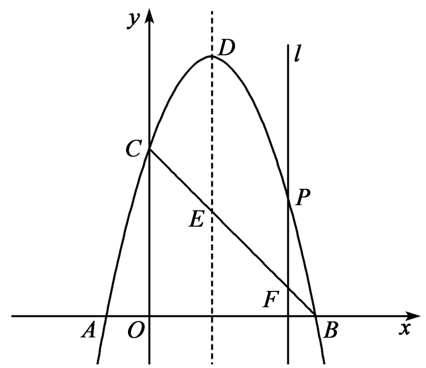
第 24 题图

25.(本题满分 12 分)如图,二次函数 $y=ax^2+bx+4$ 的图象与 $x$ 轴交于点 $A(-1,0)$,$B(4,0)$,与 $y$ 轴交于点 $C$,抛物线的顶点为 $D$,其对称轴与线段 $BC$ 交于点 $E$,垂直于 $x$ 轴的动直线 $l$ 分别交抛物线和线段 $BC$ 于点 $P$ 和点 $F$,动直线 $l$ 在抛物线的对称轴的右侧(不含对称轴)沿 $x$ 轴正方向移动到 $B$ 点.

(1)求出二次函数 $y=ax^2+bx+4$ 和 $BC$ 所在直线的表达式;

(2)在动直线 $l$ 移动的过程中,试求使四边形 $DEFP$ 为平行四边形的点 $P$ 的坐标;

(3)连接 $CP$,$CD$,在动直线 $l$ 移动的过程中,抛物线上是否存在点 $P$,使得以点 $P$,$C$,$F$ 为顶点的三角形与△$DCE$ 相似,如果存在,求出点 $P$ 的坐标,如果不存在,请说明理由.



第 25 题图

# 二〇二〇年全市初中学生学业水平考试

# 数学试题(A)参考答案及评分说明

**一、选择题(每小题选对得 3 分,满分 36 分)**

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | D | C | B | C | B | A | D | A | B | C | C | D |

**二、填空题(每小题填对得 3 分,满分 15 分)**

13. $(x-2)(x-1)$　14. $60°$　15. $-a$　16. $\frac{1}{3}$　17. $4+2\sqrt{5}$

**三、解答题(满分 69 分)**

18.(本题满分 7 分)

解:$\begin{cases} \frac{1}{2}x+1<7-\frac{3}{2}x & ① \\ \frac{3x-2}{3}\geqslant\frac{x}{3}+\frac{x-4}{4} & ② \end{cases}$

解不等式①,得 $x<3$. ………………………………………… 2 分

解不等式②,得 $x\geqslant-\frac{4}{5}$. ………………………………………… 4 分

在同一数轴上表示出不等式①,②的解集:


所以该不等式组的解集是 $-\frac{4}{5}\leqslant x<3$. ………………………………… 6 分

它的所有整数解为 0,1,2. ………………………………………… 7 分

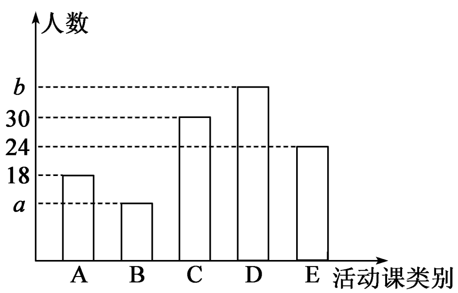
19.(本题满分 8 分)

解:(1)120;12,36; ………………………………………… 3 分

(2)C 类别所占的百分比为:$30\div120=25\%$,

E 类别的人数为:$120\times(1-15\%-10\%-25\%-30\%)=24$(人). ……………… 5 分

补全条形统计图如图所示:




………………………………………………………………………… 6 分

(3)$\frac{30}{120}\times2500=625$(人). ………………………………………… 7 分

答:全校喜爱"葫芦雕刻"的学生人数约为 625 人. ……………………………… 8 分



20.(本题满分 8 分)

(1)解:设这一批树苗平均每棵的价格是 $x$ 元,

根据题意,得 $\frac{630}{0.9x}-\frac{600}{1.2x}=10$, ………………………………… 3 分

解之,得 $x=20$. ………………………………………… 4 分

经检验知,$x=20$ 是原分式方程的根,并符合题意.

答:这一批树苗平均每棵的价格是 20 元. ………………………………… 5 分

(2)由(1)可知 $A$ 种树苗每棵价格为 $20\times0.9=18$ 元,$B$ 种树苗每棵价格为 $20\times1.2=24$ 元,

设购进 $A$ 种树苗 $t$ 棵,这批树苗的费用为 $w$,则

$w=18t+24(5500-t)=-6t+132000$. ………………………………… 6 分

因为 $w$ 是 $t$ 的一次函数,$k=-6<0$,$w$ 随着 $t$ 的增大而减小,又 $t\leqslant3500$,所以当 $t=3500$ 棵时,$w$ 最小.此时,$B$ 种树苗有 $5500-3500=2000$ 棵.$w=-6\times3500+132000=111000$.

答:购进 $A$ 种树苗 3500 棵,$B$ 种树苗 2000 棵,能使得购进这批树苗的费用最低为 111000 元.

………………………………………………………………………… 8 分

21.(本题满分 8 分)

证明:在▱$ABCD$ 中,$AB\parallel DF$,∴$\angle ABE=\angle FCE$, … 2 分

∵$E$ 为 $BC$ 的中点,∴$BE=CE$,又$\angle AEB=\angle FEC$,

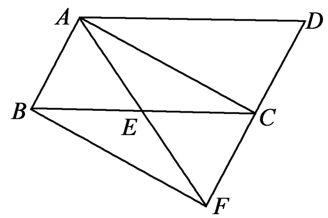
∴$\triangle ABE\cong\triangle FCE$(ASA). ………………………… 4 分

∴$AE=FE$,又 $BE=CE$,

∴四边形 $ABFC$ 是平行四边形. ………………………… 6 分

在▱$ABCD$ 中,$AD=BC$,又∵$AD=AF$,

∴$BC=AF$,∴▱$ABFC$ 是矩形. ………………………… 8 分




第 21 题图

22.(本题满分 8 分)

解:过点 $N$ 作 $EF\parallel AC$ 交 $AB$ 于点 $E$,交 $CD$ 于点 $F$.

则 $AE=MN=CF=1.6$,$EF=AC=35$,$\angle BEN=\angle DFN=90°$,

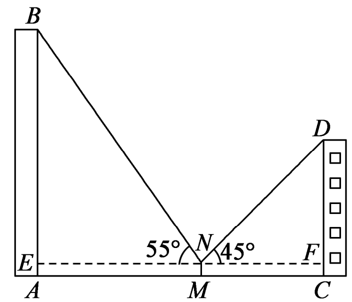
$EN=AM$,$NF=MC$.

则 $DF=CD-CF=16.6-1.6=15$. ………………………… 2 分

在 Rt$\triangle DFN$ 中,∵$\angle DNF=45°$,

∴$NF=DF=15$. ………………………… 3 分

∴$EN=EF-NF=35-15=20$. ………………………… 4 分




第 22 题图

在 Rt$\triangle BEN$ 中,∵$\tan\angle BNE=\frac{BE}{EN}$,

∴$BE=EN\cdot\tan\angle BNE=20\times\tan55°\approx20\times1.43=28.6$. ………………… 6 分

∴$AB=BE+AE=28.6+1.6\approx30$. ………………………………… 7 分

答:居民楼 $AB$ 的高度约为 30m. ………………………………………… 8 分

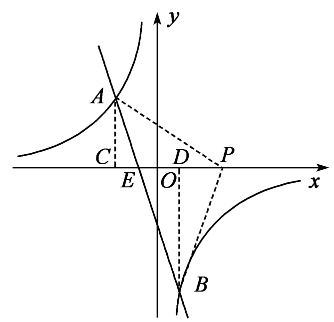
23.(本题满分 8 分)

解:(1)∵$A(-2,3)$在 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上,

∴$3=\frac{k}{-2}$,$k=-6$, ………………………………… 1 分

又点 $B(1,m)$在 $y=\frac{-6}{x}$ 的图象上,$m=-6$,即 $B(1,-6)$.

将点 $A$,$B$ 的坐标代入 $y=ax+b$,得 $\begin{cases}3=-2a+b,\\-6=a+b,\end{cases}$




第 23 题图

解之，得 $\begin{cases}a=-3,\\ b=-3.\end{cases}$

∴直线的表达式为 $y=-3x-3$. …………………………………………………… 3 分

(2)设直线 $y=-3x-3$ 与 $x$ 轴的交点为 $E$，

当 $y=0$ 时，解得 $x=-1$. 即 $E(-1,0)$. …………………………………… 4 分

分别过点 $A$，$B$ 作 $x$ 轴的垂线 $AC$，$BD$，垂足分别为 $C$，$D$.

$S_{\triangle PAB}=\frac{1}{2}PE\cdot AC+\frac{1}{2}PE\cdot DB=\frac{3}{2}PE+\frac{6}{2}PE=\frac{9}{2}PE$.

又 $S_{\triangle PAB}=18$，即 $\frac{9}{2}PE=18$，∴$PE=4$. …………………………………… 6 分

当点 $P$ 在原点右侧时，$P(3,0)$，…………………………………………………… 7 分

当点 $P$ 在原点左侧时，$P(-5,0)$. ………………………………………………… 8 分

24.(本题满分 10 分)

(1)证明：连接 $OD$，$BD$，…………………………………… 1 分

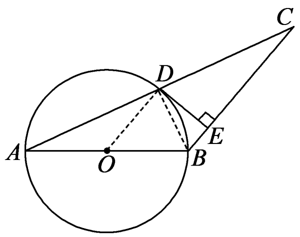
∵$AB$ 为⊙$O$ 的直径，∴$BD\perp AD$，

又∵$AB=BC$，△$ABC$ 是等腰三角形，

∴$BD$ 又是 $AC$ 边上的中线. …………………………… 3 分

∴$OD$ 是△$ABC$ 的中位线，

∴$OD\parallel BC$，………………………………………………… 5 分



第 24 题图

又 $DE\perp BC$，∴$DE\perp OD$，

∴$DE$ 是⊙$O$ 的切线. ………………………………………………………… 6 分

(2)由(1)知，$BD$ 是 $AC$ 边上的中线，$AC=6\sqrt{10}$

得 $AD=CD=3\sqrt{10}$.

∵⊙$O$ 的半径为 5，∴$AB=10$.

在 Rt△$ABD$ 中，$BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=\sqrt{10^2-(3\sqrt{10})^2}=\sqrt{10}$ …………………… 7 分

∵$AB=BC$，∴∠$A$=∠$C$.

在 Rt△$CDE$ 和 Rt△$ABD$ 中，∵∠$DEC$=∠$ADB$=90°，∠$C$=∠$A$，

∴Rt△$CDE$∽Rt△$ABD$，………………………………………………………… 8 分

∴$\frac{CD}{AB}=\frac{DE}{BD}$，……………………………………………………………… 9 分

即 $\frac{3\sqrt{10}}{10}=\frac{DE}{\sqrt{10}}$，解得 $DE=3$. …………………………………………… 10 分

25.(本题满分 12 分)

解：(1)由题意，将 $A(-1,0)$，$B(4,0)$ 代入 $y=ax^2+bx+4$，得

$\begin{cases}a-b+4=0,\\ 16a+4b+4=0,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=-1,\\ b=3.\end{cases}$ …………………………………………………………… 1 分

∴二次函数的表达式 $y=-x^2+3x+4$. ………………………………………… 2 分

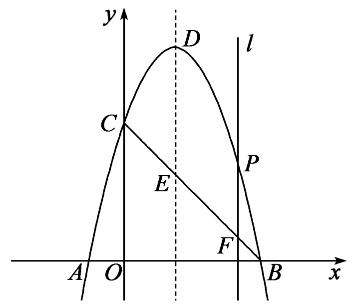


当 $x=0$ 时，$y=4$，得点 $C(0,4)$，又点 $B(4,0)$，

设线段 $BC$ 所在直线的表达式 $y=mx+n$，

∴$\begin{cases}n=4,\\ 4m+n=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}m=-1,\\ n=4.\end{cases}$

∴$BC$ 所在直线的表达式 $y=-x+4$. ……………3 分



第 25 题图①

(2)∵$DE\perp x$ 轴，$PF\perp x$ 轴，∴$DE\parallel PF$，

只要 $DE=PF$，此时四边形 $DEFP$ 即为平行四边形.

由二次函数 $y=-x^2+3x+4=-(x-\frac{3}{2})^2+\frac{25}{4}$，

得点 $D(\frac{3}{2},\frac{25}{4})$.

将 $x=\frac{3}{2}$ 代入 $y=-x+4$，即 $y=-\frac{3}{2}+4=\frac{5}{2}$. 得点 $E(\frac{3}{2},\frac{5}{2})$，

∴$DE=\frac{25}{4}-\frac{5}{2}=\frac{15}{4}$. …………………………………………… 5 分

设点 $P$ 的横坐标为 $t$，则 $P(t,-t^2+3t+4)$，$F(t,-t+4)$，

$PF=-t^2+3t+4-(-t+4)=-t^2+4t$

由 $DE=PF$，得 $-t^2+4t=\frac{15}{4}$，…………………………………………………………………… 7 分

解之，得 $t_1=\frac{3}{2}$(不合题意，舍去)，$t_2=\frac{5}{2}$.

当 $t=\frac{5}{2}$ 时，$-t^2+3t+4=-(\frac{5}{2})^2+3\times\frac{5}{2}+4=\frac{21}{4}$. ∴$P(\frac{5}{2},\frac{21}{4})$. ……………… 8 分

(3)由(2)知，$PF\parallel DE$，∴∠$CED$=∠$CFP$，

又∠$PCF$ 与∠$DCE$ 有共同的顶点 $C$，且∠$PCF$ 在∠$DCE$ 的内部，

∴∠$PCF$≠∠$DCE$，

∴只有当∠$PCF$=∠$CDE$ 时，△$PCF$∽△$CDE$. …… 9 分

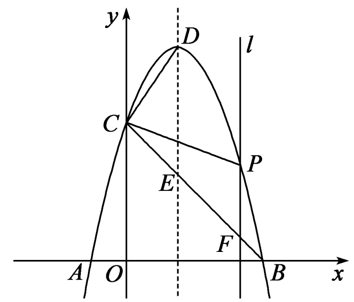
由 $D(\frac{3}{2},\frac{25}{4})$，$C(0,4)$，$E(\frac{3}{2},\frac{5}{2})$，利用勾股定理，可得

$CE=\sqrt{(\frac{3}{2})^2+(4-\frac{5}{2})^2}=\frac{3}{2}\sqrt{2}$，$DE=\frac{25}{4}-\frac{5}{2}=\frac{15}{4}$.

由(2)以及勾股定理知，$PF=-t^2+4t$，

$CF=\sqrt{t^2+[4-(-t+4)]^2}=\sqrt{2}t$.

∴$\frac{PF}{CE}=\frac{CF}{DE}$，即 $\frac{-t^2+4t}{\frac{3}{2}\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}t}{\frac{15}{4}}$，……………………… 10 分



第 25 题图②

∵$t\neq0$，∴$\frac{15}{4}(-t+4)=3$，∴$t=\frac{16}{5}$.

当 $t=\frac{16}{5}$ 时，$-t^2+3t+4=-(\frac{16}{5})^2+3\times\frac{16}{5}+4=\frac{84}{25}$，

∴点 $P$ 的坐标是 $(\frac{16}{5},\frac{84}{25})$. ………………………………………………………… 12 分